

Pierre BRIAL
Cécile SHAALAN

INTRODUCTION
à la
GEODESIE
et au
GEOPOSITIONNEMENT PAR
SATELLITES
(GPS)



1ère version : 18 mars 2007
Dernière : 26 novembre 2009

SOMMAIRE

<u>Avant-Propos</u>	5
<u>1ère Partie : GEODESIE</u>	6
<u>I- La Forme de la Terre</u>	6
<u>II- Les Systèmes Géodésiques</u>	12
<u>III- Les projections</u>	15
<u>V- Applications Cartographiques</u>	18
<u>2ème Partie : Le Géopositionnement par Satellites (GPS)</u>	22
<u>I- Historique</u>	22
<u>II- Description du Système GPS</u>	23
<u>III- Principe de fonctionnement</u>	23
<u>IV- Techniques de mesures en Topographie</u>	27

TABLE DES MATIERES

Avant-Propos	5
1ère Partie : GEODESIE	6
I- La Forme de la Terre.....	6
1- Définition.....	6
2- Les Hypothèses Historiques.....	6
- La Terre Plate.....	6
- La Terre Sphérique.....	6
- L'Ellipsoïde.....	8
. paramètres de définition :.....	8
- Le Géoïde.....	10
II- Les Systèmes Géodésiques.....	12
1- Définition.....	12
2- Pourquoi différents systèmes ?.....	12
3 - Changement de système géodésique.....	13
- paramètres de transformation.....	14
III- Les projections.....	15
1- Définition.....	15
2- Caractères des projections.....	15
3- Exemples de projections conformes.....	15
- Coniques.....	15
. Mercator :.....	16
. Mercator Transverse :.....	16
V- Applications Cartographiques.....	18
1- Notion d'Echelle.....	18
. Unités de mesures.....	18
. Prise en compte des déformations.....	18
2- Interpolation.....	18
3- Lecture et report avec les coordonnées géographiques.....	19
4- Lecture et report avec les coordonnées planes.....	20
5- Reconstitution du carroyage.....	20
2ème Partie : Le Géopositionnement par Satellites (GPS)	22
I- Historique.....	22
1- Le positionnement astronomique.....	22
2- Les balises radio.....	22
4- NAVSTAR-GPS.....	22
5- Les autres systèmes par satellites.....	23
- DORIS.....	23
- GLONASS.....	23
- GALILEO.....	23
II- Description du Système GPS.....	23
1- Segment Spatial.....	23
2- Segment de contrôle.....	23
3- Segment utilisateur.....	23
III- Principe de fonctionnement.....	23
1- Calcul de la position de navigation.....	23
- Principe simplifié du calcul.....	23
- Nature des signaux.....	24

<u>2- GPS Différentiel</u>	25
- DGPS.....	26
- WAAS, EGNOS, MTSAT.....	26
- GPS de Topographie.....	26
<u>IV- Techniques de mesures en Topographie</u>	27
<u>1- Méthodes de Levé</u>	27
- Statique et Statique Rapide.....	27
- Cinématique et Stop&Go.....	27
- Cinématique Temps Réel.....	27
<u>2- Limites du système et précautions</u>	27
- Nombre et géométrie des satellites.....	28
- Distance Référence-Mobile.....	28
- Obstacles et multitrajets.....	28
- Hauteur d'antenne.....	28
- Précautions diverses.....	28

Avant-Propos

La version originale de ce document avait été écrite en 2003 par Pierre Brial pour servir de support de cours de Géodésie à l'attention du [Centre d'Etudes Alexandrines](#) (CEAlex), à Alexandrie, en Egypte. Elle avait ensuite été corrigée et complétée par Cécile Shaalan, responsable du service topographie du centre. Cette première version contenait de nombreux exemples et détails spécifiques à la géodésie en Egypte, ainsi que les procédures d'utilisation du GPS et de la station permanente du CEAlex.

La version présentée ici a été simplifiée en ne retenant que les aspects généraux de la Géodésie et du GPS, afin de permettre aux curieux de découvrir ces disciplines qui ont pris un essor considérable aux cours de ces dernières années.

Pierre Brial & Cécile Shaalan

Copyright (c) 2007 Pierre Brial & Cécile Shaalan

Permission is granted to copy, distribute and/or modify this document under the terms of the GNU Free Documentation License, Version 1.2 or any later version published by the Free Software Foundation ; with no Invariant Sections, no Front-Cover Texts, and no Back-Cover Texts.

1^{ère} Partie : GEODESIE

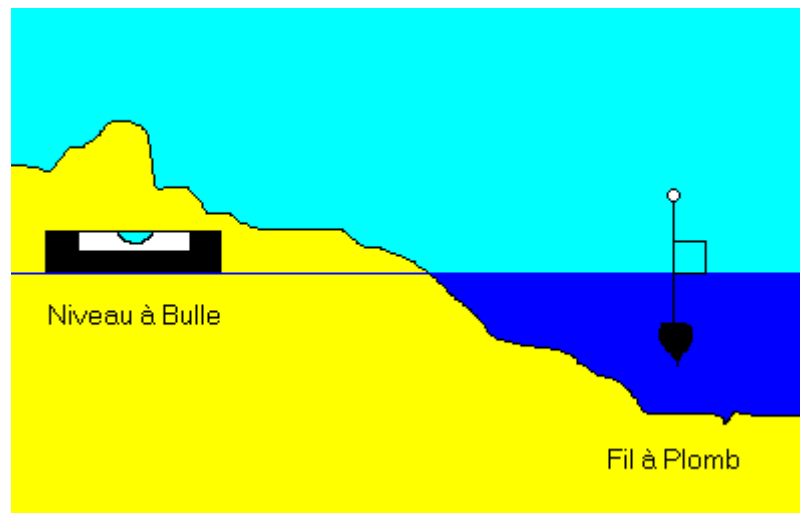
I- La Forme de la Terre

1- Définition

La surface topographique de la terre est irrégulière et non modélisable mathématiquement. Il convient de définir une surface de référence à partir de laquelle s'effectueront les mesures de topographie, de nivellement, de cartographie.

Cette surface passe par un point d'altitude 0 défini arbitrairement comme étant le niveau moyen des mers. Ensuite, elle suit la perpendiculaire au fil à plomb.

Par exemple, si la terre est considérée comme plate :



On appelle «Forme de la Terre» la forme que prend cette surface de référence.

2- Les Hypothèses Historiques

- La Terre Plate

La terre considérée comme plate est l'hypothèse la plus intuitive, et donc la plus ancienne. Vu le très grand rayon de la terre, celle-ci est toujours considérée comme plate pour les levés topographiques couvrant une aire peu étendue.

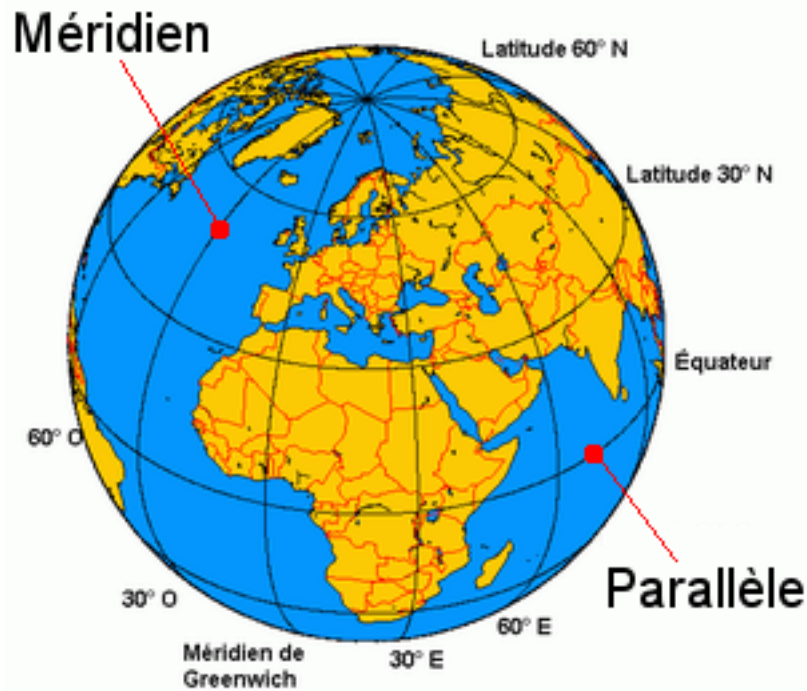
- La Terre Sphérique

Des le III^{ème} siècle, des savants grecs constatèrent que certains phénomènes physiques ne pouvaient s'expliquer si la terre était plate. Leurs observations leur firent déduire que la terre avait la forme d'une sphère, qu'ils supposèrent parfaite. En 205 av.JC, Erathostène effectua la première mesure de la circonférence terrestre à Alexandrie, en comparant la différence de hauteur du Soleil à Alexandrie et à Syène.

Ce modèle de terre sphérique s'est imposé jusqu'à la fin du 18^{ème} siècle. Les calculs sur la sphère étant très simples mathématiquement, ce modèle est toujours utilisé pour les

calculs de Navigation, d'Astronomie, et pour la cartographie aux très petites échelles (représentation d'un continent ou de la terre entière)

Le modèle de terre sphérique a permis de définir un premier système de repérage : les méridiens et les parallèles. Les parallèles, comme leur nom l'indique, forment des cercles parallèles à l'Equateur. Les méridiens forment des cercles passant obligatoirement par les deux pôles. L'un de ces cercles est défini comme étant le méridien d'origine. Autrefois, chaque pays, ou presque, avait son propre méridien. Aujourd'hui, le méridien passant par Greenwich est considéré comme le méridien d'origine international.



La position d'un point M sur la terre sphérique est définie par sa latitude et sa longitude.

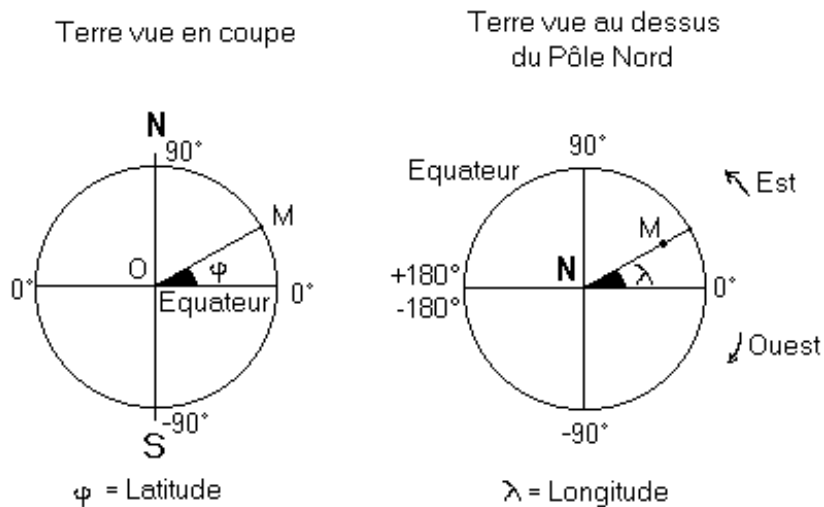
- **La latitude** de M est l'angle que fait la normale à l'ellipse passant par M avec le plan de l'Equateur. Pour une sphère, la normale passe par le point O, centre de la sphère. Conventionnellement, la latitude est comptée positivement vers le Nord. La position d'un parallèle se définit par la latitude unique des points qui le compose.

- **La longitude** de M est l'angle que fait le méridien passant par M avec le Méridien d'origine. Conventionnellement, la longitude est comptée positivement vers l'Est. La position d'un méridien se définit par la longitude unique des points qui le composent.

Par convention, on utilise aussi les lettres S, N, E, W pour Sud, Nord, Est et Ouest (West) :

$$\begin{aligned} S21^\circ &= -21^\circ = 21^\circ \text{ de latitude Sud} \\ E55^\circ &= 55^\circ = 55^\circ \text{ de longitude Est} \end{aligned}$$

La latitude et la longitude constituent les coordonnées géographiques.

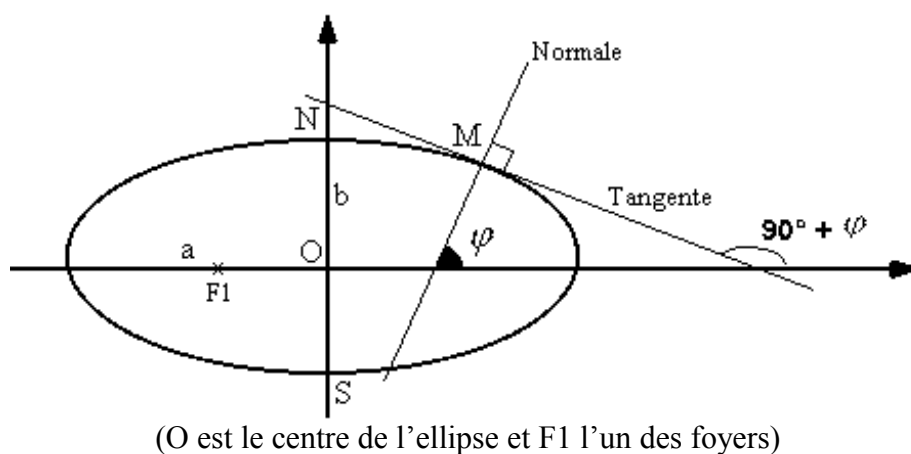


- L'Ellipsoïde

A la fin du XVIIème et au début du XVIIIème siècle, les géographes Picard et Cassini employèrent pour la première fois la triangulation pour mesurer l'ensemble du territoire français. Cassini constata qu'un arc de méridien mesuré au Nord de la France était légèrement plus petit qu'un arc mesuré au Sud. Cet écart était dû à l'imprécision des mesures, mais Cassini en déduisit que la terre avait une forme ovoïde, c'est à dire qu'elle était allongée aux pôles. S'appuyant sur les travaux de Newton et de Huygens, les savants anglais contestèrent cette hypothèse, affirmant au contraire que pour des raisons physiques (force centrifuge), la terre devait être aplatie aux pôles. Il s'ensuivit une dispute entre savants français et anglais. Afin de mettre fin à la querelle, l'Académie Française des Sciences envoya deux expéditions en 1735, au Pérou et en Laponie, afin d'y mesurer des arcs de méridien. Les mesures qui furent effectuées permirent de conclure que la terre était aplatie aux pôles.

. paramètres de définition :

Dans cette hypothèse, la terre est un ellipsoïde, c'est à dire qu'une section de la terre passant par les pôles à la forme d'une ellipse.



Les paramètres de l'ellipse sont :

a : demi grand axe

b : demi petit axe

f : aplatissement :

$$f = \frac{a-b}{a}$$

e : excentricité

$$e = \frac{OF_1}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

ou

$$e = \sqrt{2f - f^2}$$

L'aplatissement f est compris entre 0 et 1. Plus f est fort, plus l'ellipse est aplatie.

Exemple :

. f = 0 : ellipse non aplatie (cercle, b = a)

. f = 1/2 : ellipse à moitié aplatie (b = a/2)

. f = 1 : ellipse complètement aplatie (b = 0)

L'excentricité e est comprise entre 0 et 1. Plus e est fort, plus l'ellipse est aplatie ou excentrique. Exemple :

. e = 0 : ellipse non aplatie (cercle, b = a)

. e = 0.866 : ellipse à moitié aplatie (b = a/2)

. e = 1 : ellipse complètement aplatie (b = 0)

Attention : sur l'ellipsoïde, la latitude φ en un point M n'est pas l'angle entre la ligne OM et l'équateur, mais l'angle entre la normale à l'ellipsoïde passant par M et l'Equateur.

Les calculs sur l'ellipsoïde sont beaucoup plus complexes que sur la sphère. Toutefois, l'ellipsoïde constitue le volume mathématique le plus proche de la forme réelle de la terre. C'est pourquoi c'est ce modèle qui est utilisé pour les travaux cartographiques. Dès la découverte de l'aplatissement de la terre, on chercha à déterminer la valeur la plus précise de cet aplatissement, ainsi que celle du demi-grand axe. Avec l'évolution des techniques, ces valeurs varièrent au cours du temps. Par ailleurs, chaque pays effectua ses calculs indépendamment des autres, malgré une tentative d'homogénéisation en 1924. C'est pourquoi, suivant les pays ou les cartes, différents modèles d'ellipsoïdes ont pu être utilisés.

Exemples d'ellipsoïdes :

Nom	Année	a	f
Helmert	1906	6 378 200	1 / 298.3
International Hayford	1924	6 378 388	1 / 297
WGS 84	1984	6 378 137	1 / 298.257223563

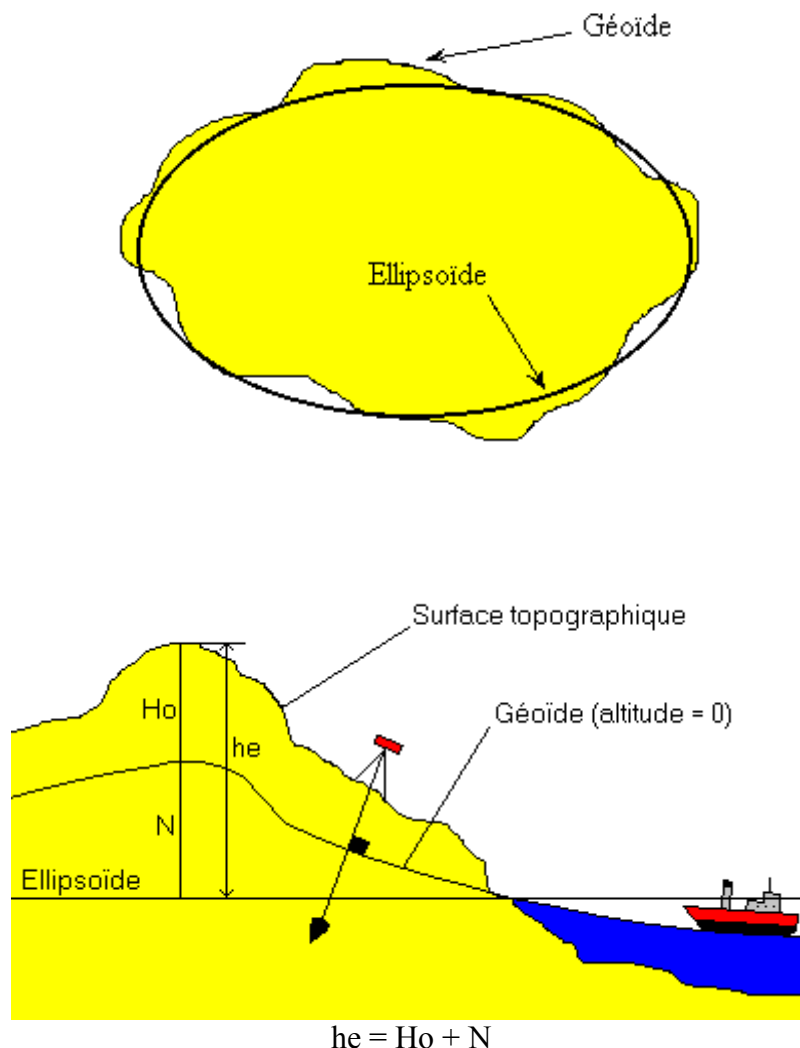
- Le Géoïde

Suite aux travaux des géographes anglais et français du XVIIIème siècle, le niveau moyen des mers fut assimilé à un ellipsoïde, et les grands travaux cartographiques furent calculés sur cette base. Mais les cartographes constatèrent à certains endroits des anomalies. Près des grandes chaînes de montagnes, les triangulations fermaient mal, comme si le fil à plomb présentait des déviations anormales. Ainsi, le géomètre Méchain, chargé par la Convention de mesurer un arc de Méridien entre Dunkerque et Barcelone afin de définir le mètre, constata une erreur de triangulation au niveau des Pyrénées. Il s'acharna à refaire ses mesures et ses calculs, et mourut en Espagne sans avoir pu déterminer la cause de l'erreur.

En effet, les masses montagneuses, par simple gravité, font dévier le fil à plomb ou la nivellement, créant ainsi le phénomène de «déviation de la verticale ». On découvrit ensuite que le manque d'homogénéité du manteau terrestre, créant des concentrations localisées de masse, provoque un phénomène similaire.

C'est ainsi que les géomètres et les cartographes découvrirent avec horreur que la terre n'affectait pas les contours élégants d'un ellipsoïde, mais avait une forme irrégulière, chaotique, et surtout non modélisable mathématiquement.

Cette forme fut appelée le Géoïde.

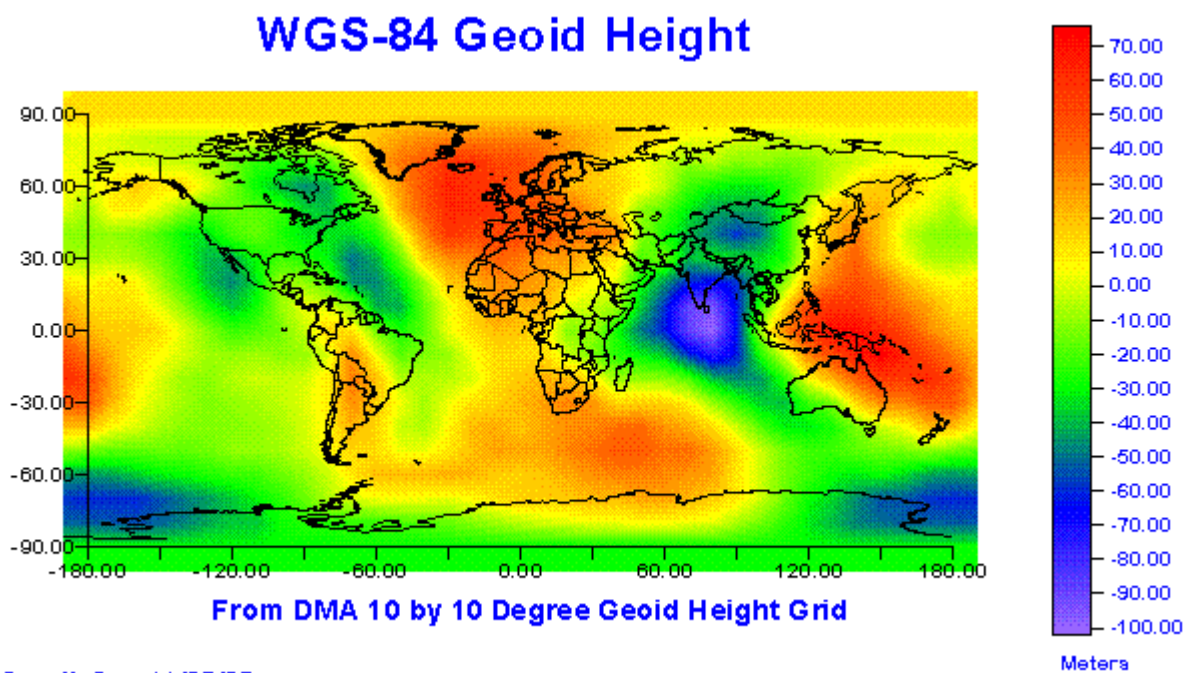


Le géoïde est la véritable forme de la terre. Il peut être défini ponctuellement par la distance qui le sépare d'un ellipsoïde de référence. Cette distance, symbolisée par N , est appelée ondulation, séparation, ou hauteur du géoïde.

Il faut bien avoir à l'esprit que lorsque l'on met en station un appareil topographique avec une bulle ou un fil à plomb, le plan de l'appareil est parallèle au géoïde. Ainsi, toutes les mesures d'altitude faites au théodolite ou au niveau donnent les altitudes au-dessus du géoïde. Il s'agit de l'altitude réelle, celle figurant sur les cartes. Elle est appelée **Altitude Orthométrique**, et se note H_o .

En revanche, un GPS détermine sa position à l'aide de mesures satellites et par rapport à un ellipsoïde. L'altitude calculée par le GPS est donc la **Hauteur sur l'ellipsoïde**, notée h_e . Pour déterminer l'altitude H_o , il faut connaître N à l'endroit où s'effectue la mesure.

En raison de son caractère chaotique, le géoïde ne peut être utilisé pour les calculs cartographiques. En revanche, on utilise des modèles non mathématiques de géoïde pour les calculs d'altitude. Il s'agit de grilles contenant, tous les x degrés de latitude et de longitude, la valeur correspondante de N .



II- Les Systèmes Géodésiques

1- Définition

Un système Géodésique, ou Datum, est défini par un ellipsoïde, et par la position et l'orientation de cet ellipsoïde dans l'espace.

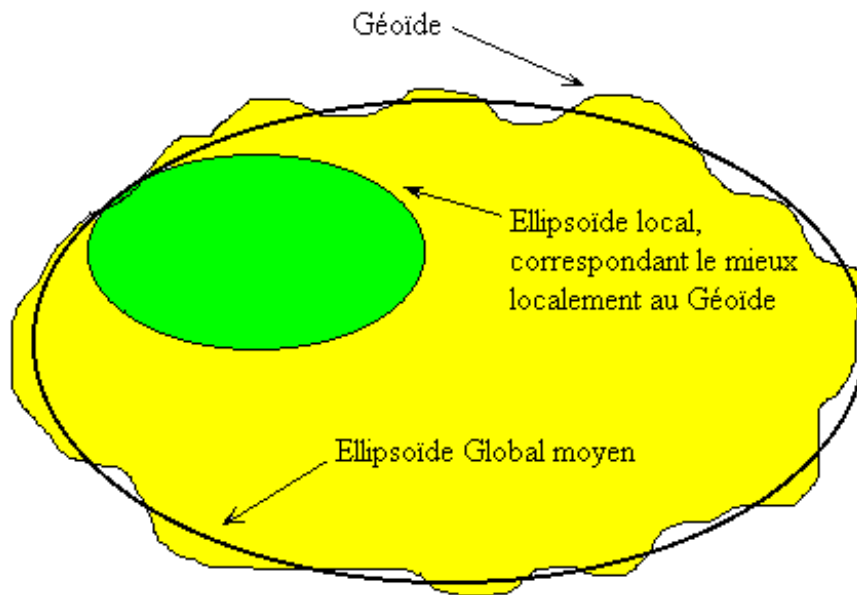
2- Pourquoi différents systèmes ?

Quasiment chaque pays dispose de son système géodésique propre. En effet, lorsqu'il était décidé de cartographier une région du monde, on choisissait d'abord un point fondamental, dont la latitude et la longitude était mesurée astronomiquement. Ensuite, on choisissait un ellipsoïde sur lequel les calculs allaient être faits. Puis, la région était levée par triangulation. Pour les calculs, l'ellipsoïde était positionné de façon à ce que la verticale du point fondamental (donc la normale au géoïde) coïncide avec la normale à l'ellipsoïde.

Le système géodésique ainsi déterminé pour un pays A ne pouvait exactement coïncider avec celui déterminé pour un pays B, et ce pour les raisons suivantes :

- la détermination astronomique du point fondamental est peu précise (au mieux 500 mètres), d'où des écarts pouvant atteindre un kilomètre entre les deux systèmes.
- des ellipsoïdes différents ont pu être choisis. En effet, avec l'évolution des méthodes de mesure et de calcul, la recherche d'un ellipsoïde collant au mieux au géoïde a donné des résultats différents, et les recherches n'ont pas toujours été concertées entre les différents pays.
- du fait de la déviation de la verticale qui peut être différente en A et B, les axes des ellipsoïdes utilisés en A et en B ne sont pas forcément parallèles.

En principe, le système géodésique local est celui qui « colle » le mieux au géoïde localement, et c'est pourquoi il est préférable d'utiliser ce système pour les travaux cartographiques classiques. En revanche, lorsque l'on fait des mesures couvrant plusieurs pays ou pour l'utilisation d'un GPS, il est nécessaire d'avoir un système géodésique mondial. Le système géodésique mondial le plus utilisé actuellement est le WGS 84 (World Geodetic System 1984). L'ellipsoïde du WGS 84 a été positionné de façon à ce que son centre coïncide avec le centre des masses de la terre, et que l'axe des Z coïncide avec l'axe de rotation de la terre, passant ainsi par les pôles. Les paramètres de cet ellipsoïde (demi grand axe et aplatissement) ont été calculés de façon à ce que l'écart moyen entre la surface de l'ellipsoïde et celle du géoïde soit le plus faible possible.



Les paramètres du WGS84 sont fixe dans le temps. Pour les travaux géodésiques impliquant des mesures intercontinentales, il est nécessaire de tenir comptes de paramètres variables dans le temps, comme la dérive des continents ou des variations dans le mouvement de rotation de la terre. Le système ITRS est basé sur les mêmes principes que le système WGS84, mais tient compte de ces variations. Lorsque les coordonnées d'un point sont données dans le système ITRF, l'année de référence doit être indiquée. L'écart entre WGS84 et ITRF 1994 n'est que de deux centimètres, aussi, pour des applications topographiques classiques, il n'est pas fait de distinction entre les deux systèmes. En particulier, bien que le GPS travaille dans le système WGS84, il est possible d'entrer des coordonnées ITRF dans les stations de référence sans avoir à créer un changement de base.

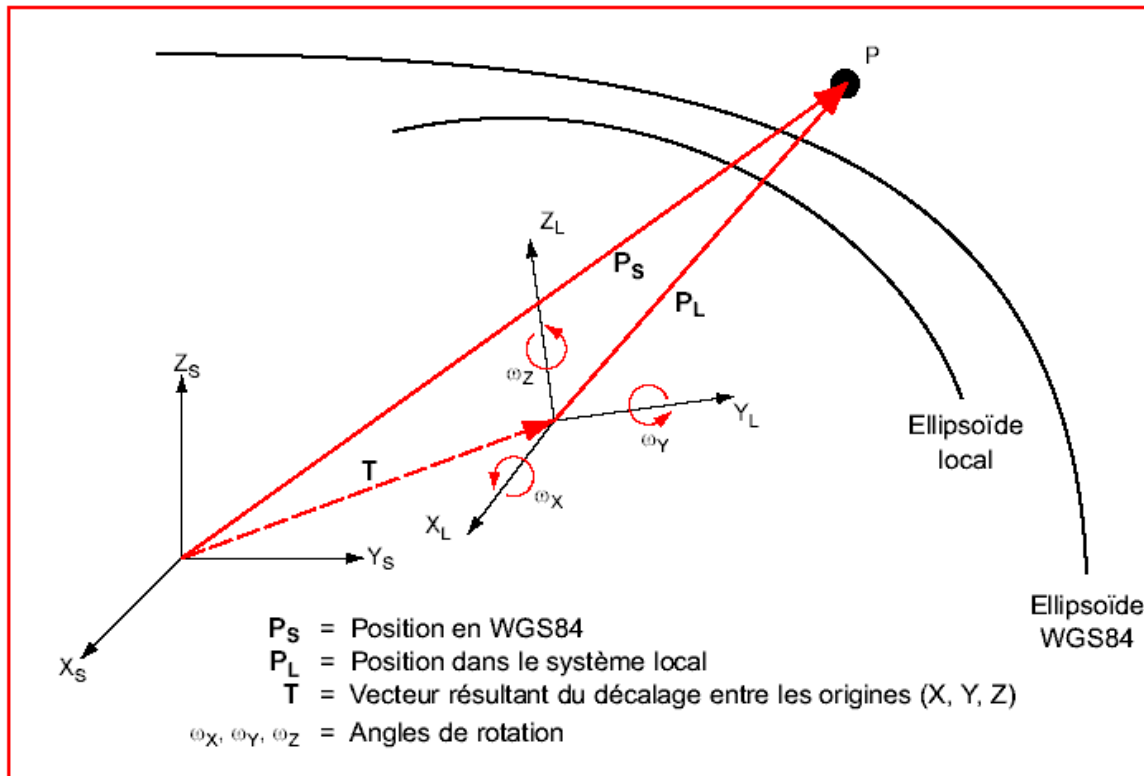
3 - Changement de système géodésique

Un récepteur GPS calcule sa position à partir de satellites, dont les trajectoires sont déterminées dans le système WGS 84. Les coordonnées géographiques calculées par le GPS le sont dans le système WGS 84. Il est en général ensuite nécessaire de convertir ces coordonnées dans le système géodésique local.

Cette conversion s'effectue en trois temps :

1- Connaissant les paramètres de l'ellipsoïde WGS 84, les coordonnées géographiques φ , λ et h sont converties en coordonnées géocentriques X , Y , Z . Cette phase est optionnelle, car les GPS calculent directement la position du point en coordonnées géocentriques et certains modèles peuvent les afficher.

2- On effectue un changement de base entre le système WGS 84 et le système local, en utilisant une transformation de Helmert avec trois translations dX , dY , dZ , trois rotations, et un facteur d'échelle. Il convient de noter que les GPS de navigation, dont la précision est de quelques mètres, n'utilisent que les translations pour afficher les coordonnées dans un système local.



Transformation de Helmert à 7 paramètres

Document Leica Geosystems France

3- Connaissant les paramètres de l'ellipsoïde local, les coordonnées géocentriques X, Y, Z sont converties en coordonnées géographiques φ , λ et h_e .

- paramètres de transformation

Les logiciels ou appareils pouvant calculer des coordonnées locales à partir de coordonnées WGS 84 demandent que soient introduits les paramètres suivants :

- a (demi grand axe de l'ellipsoïde local), ou $da = a_{\text{local}} - a_{\text{wgs84}}$
- f (aplatissement de l'ellipsoïde local), ou $df = f_{\text{local}} - f_{\text{wgs84}}$
- dX, dY, dZ : translations du repère local par rapport au WGS 84
- Rx, Ry, Rz : rotations du repère local par rapport au WGS 84
- D : facteur d'échelle entre le repère local et le repère WGS 84

Attention : Il n'y a pas de règle standard quant au signe des paramètres de rotations. C'est pourquoi un calcul de transformation doit être au préalable testé sur un point connu, et en cas d'erreur, il convient en premier d'inverser les signes des rotations.

Lorsque des points sont relevés au GPS différentiel sur toute l'étendue d'un pays, la précision de positionnement relative de ces points sera décimétrique, voire centimétrique.

En revanche, lorsqu'un système géodésique local a été déterminé par triangulation et non par GPS, et que l'aire couverte par la triangulation est vaste, il est possible que l'on n'ait pas une précision décimétrique d'un bout à l'autre de la chaîne de triangle.

C'est pourquoi il sera en général impossible d'utiliser les mêmes paramètres de transformation sur toute l'étendue du pays. Des transformations locales devront être calculées si l'on recherche une précision centimétrique.

III- Les projections

1- Définition

Une projection est une fonction mathématique qui transforme les coordonnées géographiques λ et φ en coordonnées planes X et Y, destinées à être reportées sur un plan, la carte :

$$(X, Y) = f(\lambda, \varphi)$$

Un exemple très simple de projection :

$$X = \lambda$$

$$Y = \varphi$$

Ce type de projection, appelé « Carte Plane », a été utilisé dans les toutes premières cartes marines : les portulans.

Les différents types de projection sont parfois symbolisés par des projections géométriques, bien que cela ne soit pas toujours mathématiquement exact.

2- Caractères des projections

Aucune projection ne peut conserver les distances (c'est à dire avoir une échelle constante) sur toute l'étendue de la carte. Toutefois, pour les cartes topographiques, le type de projection est choisi de façon à ce que la déformation sur les distances soit inférieure à la précision graphique de la carte.

En revanche, certaines projections conservent les superficies, et d'autres les angles. Il est impossible pour une même projection de conserver à la fois les superficies et les angles.

Les projections qui conservent les angles sont dites **conformes**.

Les projections qui conservent les superficies sont dites **équivalentes**.

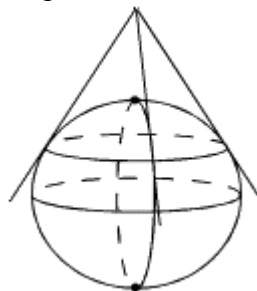
Les projections qui ne conservent ni les angles ni les superficies sont dites **aphylactiques**.

Les cartes topographiques et de navigation sont généralement réalisées avec des projections conformes. Il est ainsi possible de reporter directement sur la carte les angles mesurés sur le terrain au théodolite ou à la boussole.

3- Exemples de projections conformes

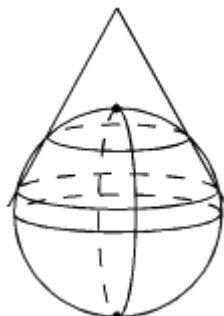
- Coniques

Ce type de projection peut être assimilé géométriquement à la projection d'une sphère sur un cône qui lui serait tangent sur un parallèle :



Doc. IGN

Les distances sont conservées uniquement sur le parallèle de tangence.
 Le cône peut être également sécant et coïncider avec la sphère sur deux parallèles :



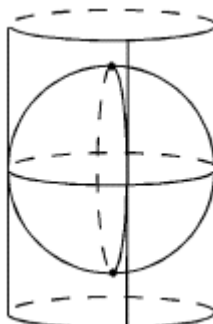
Doc. IGN

La projection Lambert utilisée en France est une projection conique.

- Cylindriques

Ce type de projection peut être assimilé géométriquement à la projection d'une sphère sur un cylindre qui lui serait tangent. On distingue plusieurs types suivant la ligne de tangence :

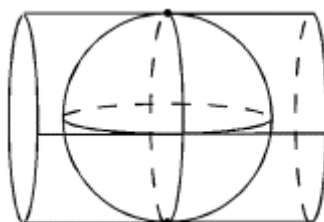
. *Mercator* :



Doc. IGN

La ligne de tangence est l'équateur. L'échelle et les déformations croissent avec la latitude. Cette projection est la plus utilisée pour les cartes marines et aéronautiques.

. *Mercator Transverse* :



Doc. IGN

La ligne de tangence est un méridien. Les déformations croissent lorsque l'on s'éloigne du méridien de tangence.

Une projection Mercator Transverse se définit par un point d'origine et un facteur d'échelle. Les paramètres sont les suivantes :

Coordonnées géographiques du point d'origine : λ_0, φ_0

Coordonnées planes du point d'origine : E0, N0
Facteur d'échelle : k

Le facteur d'échelle sert à diminuer légèrement les distances pour homogénéiser les écarts dans les zones étendues en longitude.

Une projection mondiale, appelée UTM (Universal Transverse Mercator), a été créée en découpant la terre en fuseaux de 6° de largeur, et en appliquant une projection Mercator Transverse sur chacun des méridiens au centre des zones ainsi déterminées. Deux points situés sur des zones différentes peuvent ainsi avoir les mêmes coordonnées, c'est pourquoi il est important d'accompagner les coordonnées du numéro de zone. Le facteur d'échelle de la projection UTM est 0.9996.

V- Applications Cartographiques

1- Notion d'Echelle

Dans beaucoup d'application, il est nécessaire d'effectuer des mesures graphiques sur des cartes. Pour que ces mesures aient une précision maximale, il convient de prendre certaines précautions, en particulier avec les cartes anciennes.

. Unités de mesures

Sur beaucoup de cartes, l'échelle n'est pas indiquée par une fraction (exemple 1/25000°) mais graphiquement, par une règle graduée. L'échelle fractionnaire doit être déterminée par une mesure soigneuse d'une extrémité à l'autre de l'échelle graphique.

Il conviendra de faire attention aux unités utilisées, qui ne sont pas nécessairement métriques, et aux taux de conversion à appliquer. Des unités portant le même nom, comme la lieue, peuvent varier de façon considérable suivant les époques et les pays.

. Prise en compte des déformations

Pour s'affranchir des déformations du papier, l'échelle de la carte doit être systématiquement redéterminée avec le carroyage aux environs immédiats de la zone à mesurer.

2- Interpolation

Certaines cartes affectent des valeurs à des points ou des lignes précises. Ce peut être des valeurs d'altitude (points et courbe de niveaux), de profondeur, de déclinaison magnétique, de latitude, de longitude, etc...

Pour déterminer la valeur correspondante d'un point non renseigné, on procède par interpolation à partir de 2 ou 3 points renseignés, ou de 2 lignes renseignées.

Lorsque le point à déterminer est aligné avec deux points connus ou situé entre deux lignes connues, la formule de l'interpolation est la suivante :

$$Z = Z1 + \frac{Z2 - Z1}{D} \times d1 \quad (1)$$

avec :

Z : valeur à déterminer

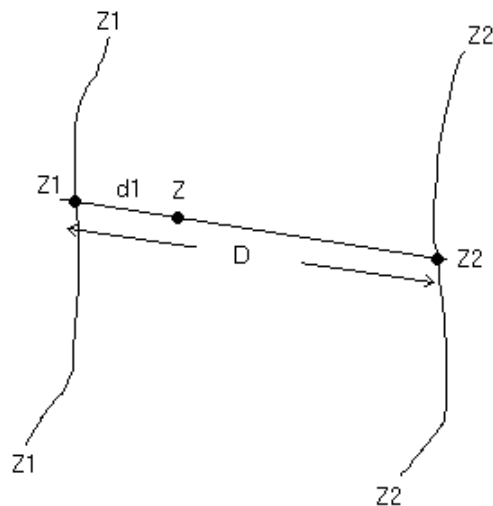
Z1 : valeur du point 1 connu

Z2 : valeur du point 2 connu

D : distance entre les points 1 et 2

d1 : distance entre le point 1 et le point à déterminer

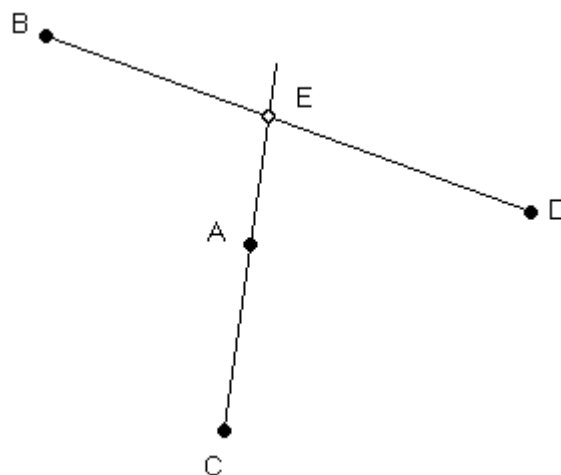
Les distances D et d1 sont les distances sur la carte et pas nécessairement les distances réelles. L'unité utilisée (mm, cm, ou m) n'a aucune importance.



Inversement, il peut être intéressant de déterminer $d1$ en fonction de Z , lorsque, par exemple, on souhaite dessiner des courbes de niveaux à partir d'un semis de points cotés. On utilise alors la formule inverse :

$$d1 = \frac{Z - Z1}{Z2 - Z1} \times D \quad (2)$$

Lorsque le point à déterminer ne peut être aligné sur deux points connus ou être déterminés d'après des lignes, on utilisera 3 points en procédant ainsi :



La valeur ZA du point A est inconnue. Les valeurs des points B , C , et D sont connues.

- 1) le point E est créé par intersection des droites CA et BD
- 2) la valeur ZE de E est calculée par interpolation entre B et D
- 3) la valeur ZA est calculée par interpolation entre C et E

3- Lecture et report avec les coordonnées géographiques

Les coordonnées géographiques, sous leur forme traditionnelle en degrés-minutes-secondes, sont pénibles à manipuler, ce qui peut être source d'erreur. Il est donc préférable, avant calcul, de tout convertir en degrés décimaux. Seule exception : lorsque l'on travaille sur une carte à grande échelle carroyée en minutes, on peut faire abstraction des degrés lorsqu'ils ne changent pas sur la zone traitée et travailler en minutes décimales.

Pour savoir quel est le nombre de décimales qu'il faut retenir lorsque l'on travaille en degrés, en fonction de la précision requise, il convient de convertir les degrés en distances le

long d'un méridien ou de l'équateur. Ceci est également utile pour évaluer sommairement l'écart en mètres entre deux coordonnées. Nous obtenons :

Décimales	Degrés	Longueur
0	1°	111 km
1	0.1°	11.1 km
2	0.01°	1.11 km
3	0.001°	111 m
4	0.0001°	11.1 m
5	0.00001°	1.11 m
6	0.000001°	11 cm
7	0.0000001°	1.1 cm
8	0.00000001°	1 mm

A titre indicatif, pour les minutes décimales et pour les secondes :

Décimales	Minutes	Longueur
0	1'	1852 m (= 1 mille marin)
1	0.1'	185 m
2	0.01'	18.5 m
3	0.001'	1.85 m
4	0.0001'	18.5 cm
5	0.00001'	1.85 cm
6	0.000001'	2 mm

Décimales	Secondes	Longueur
0	1''	31 m
1	0.1''	3.1 m
2	0.01''	31 cm
3	0.001''	3.1 cm
4	0.0001''	3 mm
5	0.00001''	0.3 mm

La détermination des coordonnées d'un point sur une carte à partir du carroyage en latitude et longitude se fait par interpolation à partir des lignes de carroyages, avec la formule (1), en remplaçant les Z par les valeurs de longitude et de latitude.

Le report d'un point se fait en utilisant la formule inverse (2).

4- Lecture et report avec les coordonnées planes

S'il n'y a pas de déformation du support, la lecture et le report de coordonnées planes peuvent se faire directement au kutch. Mais comme en général il y a déformation, on peut procéder de deux façons :

- recalculer l'échelle avec le carroyage aux environs immédiats du point à traiter
- procéder par interpolation, comme décrit ci-dessus pour les coordonnées géographiques.

5- Reconstitution du carroyage

Certaines cartes anciennes n'ont pas de carroyage, ou ont un carroyage réalisé à partir d'un système géodésique et d'une projection inconnue. Il convient alors de reconstituer le carroyage. Ceci s'effectue en repérant sur la carte le plus de point possible dont les coordonnées sont déjà connues. Il peut s'agir de villages, de monument, de carrefours, de ponts, etc... Ces coordonnées sont notées sur la carte. En utilisant la formule d'interpolation (2), on positionne entre chaque point connu les points de passage des lignes du carroyage. Les points ainsi déterminés sont ensuite reliés.

2^{ème} Partie : Le Géopositionnement par Satellites (GPS)

I- Historique

1- Le positionnement astronomique

Dès que l'homme a commencé à naviguer sur les mers, il lui est apparu nécessaire de pouvoir déterminer sa position en l'absence de tout repères visuels terrestres. Sur l'océan, les seuls points de repères sont les astres. La latitude a été la première coordonnée à pouvoir être mesurée, par la hauteur du soleil ou de l'étoile polaire. Pour déterminer la longitude, il fallait des mesures précises de temps. De telles mesures étaient réalisables par l'observation de certains phénomènes astronomiques, tels que les éclipses ou des mesures de distances angulaires entre les étoiles et la lune. Les méthodes de calculs ont été mises au point au cours du XVIII^{ème} siècle, mais les observations étaient lourdes et extrêmement complexes. Ce n'est qu'à partir du début du XIX^{ème} siècle que les progrès de l'horlogerie permirent la réalisation de chronomètres suffisamment précis pour permettre des mesures aisées de longitude.

Jusqu'à l'apparition des mesures par radio ou par satellites, le positionnement astronomique est demeuré la seule méthode pour déterminer la latitude et la longitude d'un point isolé sur le globe. Les points fondamentaux des systèmes géodésiques étaient ainsi établis. Mais le positionnement astronomique est peu précis. En 1800, les coordonnées de la grande pyramide de Kheops furent relevées par procédé astronomique, afin de servir de point fondamental pour la projection de la première carte topographique de l'Égypte. L'écart avec les mesures actuelles est de 7 km. A cette époque, les chronomètres étaient encore peu précis. Avec un bon chronomètre et un sextant, une précision comprise entre 1 et 2 kilomètres est considérée comme excellente. Avec les meilleurs théodolites, il est impossible de garantir une imprécision inférieure à 350 mètres.

Malgré son manque de précision, le positionnement astronomique est la seule méthode de navigation entièrement autonome.

2- Les balises radio

Systèmes essentiellement destinés à la navigation marine et aérienne.

DECCA (200 m)

LORAN C (500 m)

SYLEDIS (quelques mètres, local)

VOR, DME, ILS : systèmes radio pour l'aviation, donnant une direction, et pour certains une distance.

3- Les premiers Systèmes par Satellites

TRANSIT (USA 1964, précision 400 m)

4- NAVSTAR-GPS

17 avril 1973 : Décision de la création du système NAVSTAR/GPS par l'US Air Force (NAVigation Satellite Timing And Ranging / Global Positionning System)

Juin 1977 : test de signaux sur un satellite
Décembre 1978 : 4 satellites utilisables, 1^{er} essais en grandeur réelle.
1985 : le système est pleinement opérationnel.

5- Les autres systèmes par satellites

- DORIS

Système français de positionnement par effet doppler à l'aide d'un seul satellite. Positionnement absolu très précis (<10 cm) mais nécessite des mesures très longues (une quinzaine de jours)

- GLONASS

Système soviétique équivalent au GPS mis en place en 1982.

- GALILEO

Futur système européen équivalent au GPS. Le projet a été lancé en 1999 et il est prévu qu'il soit opérationnel en 2008. Le Système GALILEO sera compatible avec le GPS.

II- Description du Système GPS

1- Segment Spatial

Ensemble des satellites GPS en orbite autour de la terre. Une trentaine actuellement.

2- Segment de contrôle

Il s'agit des 5 stations de surveillance et de contrôle des satellites. Ces stations déterminent les trajectoires précises des satellites et établissent les **éphémérides**, qui sont retransmises aux récepteurs via les satellites.

3- Segment utilisateur

Ensemble des récepteurs en fonctionnement.

III- Principe de fonctionnement

1- Calcul de la position de navigation

- Principe simplifié du calcul

Le récepteur GPS est capable de produire les mêmes signaux que les satellites. Lorsque le récepteur reçoit un signal du satellite, il produit un signal équivalent et essaye de superposer les deux signaux. Il détermine ainsi le décalage en temps nécessaire pour obtenir une superposition exacte. Ce décalage correspond au temps qu'a mis le signal pour arriver jusqu'au récepteur.

Connaissant la vitesse de propagation du signal et le temps qu'il a mis pour arriver jusqu'à lui, le récepteur calcule ainsi la distance qui le sépare du satellite.

Pour déterminer sa position en trois dimensions, soit X, Y, et Z, le satellite a besoin de trois mesures de distances, qui lui permettront d'effectuer un calcul par intersection, à partir de trois satellites. Mais il existe une quatrième inconnue : en effet, l'horloge du récepteur n'est pas aussi précise que celle du satellite, et le décalage entre ces deux horloges, noté dt , n'est pas connu au départ. La distance calculée initialement par le GPS à partir d'un satellite est donc entachée d'une erreur due à dt ; c'est pourquoi elle est appelée pseudo-distance.

Le récepteur doit résoudre un système d'équation à 4 inconnues : X, Y, Z et dt . Il lui faut donc au moins 4 mesures, donc 4 satellites, pour y arriver.

Les récepteurs de navigation peuvent donner une position approchée sans altitude à partir de seulement 3 satellites. La quatrième équation est en effet ici fournie par la distance supposée entre le récepteur et le centre de la terre.

- Nature des signaux

Les satellites GPS produisent deux signaux électroniques binaires (signaux carrés), appelés « codes » :

Le Code C/A, ou « Coarse acquisition » (acquisition approchée), est accessible à tout utilisateur. C'est ce code qui est utilisé dans les petits GPS de navigation. La « longueur d'onde » du signal est de 300 m.

Le Code P, ou « Précise », est utilisable par les GPS de navigation militaire et les GPS de topographie. Sa « longueur d'onde » est de 30 m.

Ces codes sont générés grâce à une fonction mathématique mais semblent irréguliers. C'est pour cela qu'ils sont qualifiés de « pseudo-aléatoires ».

Les signaux carrés ne peuvent être envoyés ainsi dans l'espace. Ils doivent être transportés par une onde, dont la nature est sinusoïdale. Deux ondes sont ainsi émises par les satellites, appelées Ondes Porteuses (Carrier Waves) :

L1, d'une fréquence de 1575.42 Mhz et d'une longueur d'onde de 19 cm, transporte les codes C/A et P

L2, d'une fréquence de 1227.60 Mhz et d'une longueur d'onde de 24 cm, transporte le code P.

Une onde sinusoïdale transporte un signal carré en changeant de phase à chaque changement binaire du code. C'est le principe de la modulation.

Les GPS de navigation déterminent les pseudo-distances en alignant leurs propres signaux C/A ou P avec ceux reçus du satellite. On estime à 1% de la longueur d'onde la précision de l'alignement des meilleurs récepteurs.

Toutes autres causes d'erreur exclues, les précisions théoriques des mesures de Pseudo-distances sont donc :

Code C/A : 3 mètres

Code P : 30 cm

Pour obtenir une meilleure précision, les GPS de topographie s'alignent directement sur l'onde porteuse, dont la longueur d'onde est plus courte. Nous avons donc des précisions théoriques de :

Onde L1 : 1.9 mm

Onde L2 : 2.4 mm

Malheureusement, ces ondes sinusoïdales se répètent à l'identique à chaque période. Il y a donc plusieurs solutions possibles espacées de la longueur d'onde (tous les 19 cm pour L1 et

tous les 24 cm pour L2). La solution présente une ambiguïté. Les ambiguïtés peuvent être levées en recoupant plusieurs mesures sur plusieurs satellites. Ceci prend du temps et c'est pourquoi les GPS de topographie nécessitent, une fois les signaux satellites reçus, un temps d'initialisation avant de pouvoir déterminer précisément leur position.

Les précisions théoriques indiquées ci dessus ne peuvent, en pratique, être atteinte en navigation. En effet plusieurs sources d'erreur viennent affecter la détermination des pseudodistances et le calcul final de la position.

La source d'erreur la plus importante est le brouillage sélectif militaire (Selective Availability ou SA). Lorsque celui-ci est activé, la précision du GPS peut être dégradée d'une centaine de mètres. Avant le 1^{er} mai 2000, le brouillage militaire était activé en permanence. Depuis, il n'a pas été réutilisé.

Ensuite, une mauvaise géométrie des satellites, ou un nombre peu important, va dégrader la qualité du calcul de position, parfois sur plus de 100 mètres. La qualité de la géométrie se mesure avec la GDOP (Géométric Dilution of Précision). Plus la GDOP est faible, plus la géométrie des satellites est bonne et plus la mesure sera précise.

Lorsque les conditions d'observation sont bonnes, les autres sources d'erreur, classées par ordre d'importance, sont les suivantes :

- délais de propagation dans l'ionosphère, due aux variations de densité de celui ci : 4 m. Les effets de l'ionosphère sont d'autant plus important que les satellites sont bas. C'est pourquoi les GPS de topographie sont en général paramétrés pour refuser les signaux des satellites situés à moins de 15° au-dessus de l'horizon. Les effets de l'ionosphère sont directement fonctions de la fréquence de l'onde affectée. Certains modèles de GPS travaillent sur les deux fréquences L1 et L2, ce qui leur permet d'estimer l'erreur ionosphérique et d'accroître ainsi la précision des mesures.

- Erreurs d'horloge : 2.1 m.

- Imprécision des éphémérides : 2.1 m.

- Multitrajets : 1 m. Il s'agit de la réflexion des ondes satellites sur des bâtiments, des falaises ou des plans d'eau. Les GPS de topographie utilisent des antennes de haute qualité qui minimisent ce phénomène, mais ne l'annulent pas complètement.

- délais de propagation dans la troposphère : 0.7 m.

- imprécision technologique du récepteur : 0.5 m.

Total de ces erreurs : 10.4 mètres

2- GPS Différentiel

En raison des causes d'erreurs évoquées ci dessus, la précision en planimétrie d'un GPS utilisé seul, dans des conditions normales d'observation ($GDOP < 2.5$), est d'une quinzaine de mètres. Dans d'excellentes conditions ($GDOP < 1.5$) et avec bon modèle, la précision pourra atteindre 5 mètres. En altimétrie, l'erreur est deux fois supérieure.

Pour se localiser n'importe où sur terre, c'est un résultat remarquable. Il est ainsi déjà possible de faire de la cartographie avec un GPS coûtant moins de 300 euros.

Mais pour beaucoup d'applications, comme la topographie, le pilotage d'engin, ou la navigation d'approche, une meilleure précision est souhaitée.

On utilise alors deux GPS, l'un placé sur un point connu et appelé référence ou pivot, et l'autre placé sur le point à relever, et appelé mobile (qu'il se déplace ou non). En effet, si la distance entre les deux GPS n'est pas trop importante, l'état de l'atmosphère au-dessus des deux récepteurs est sensiblement le même, et donc les erreurs dues à la densité de l'atmosphère et affectant les deux appareils sont très proches. De même, les récepteurs captant

les même satellites, les erreurs d'horloge, d'éphémérides et dues au brouillage militaire seront semblables. Ainsi, le récepteur placé sur un point connu pourra calculer la valeur de ces erreurs et déterminer les corrections à appliquer aux mesures de pseudo-distances. Si le mobile est en mesure d'utiliser ces même corrections, il pourra calculer sa position beaucoup plus précisément.

Bien entendu, plus la distance entre les deux GPS est importante, plus les erreurs dont ils sont affectés seront susceptibles de présenter des différences, et moins la précision du mobile sera bonne. Ceci est particulièrement vrai pour les erreurs atmosphériques. Afin de maintenir une précision correcte sur de longues distances, la durée des mesures devra être allongée.

Les corrections peuvent être transmises par radio, et le mobile peut alors calculer instantanément sa position. On parle alors de « GPS Temps réel ». Si les corrections ne peuvent pas être transmises directement, il faut alors que la référence et le mobile enregistrent leurs observations, et qu'elles soient traitées à posteriori par un logiciel de calcul. On parle alors de « Post-traitement ».

- DGPS

Le DGPS (Differential GPS) est principalement utilisé en navigation maritime. Il s'agit d'un système en temps réel. Un ensemble de balises côtières, équipées d'un GPS stationné sur un point connu, détermine les corrections à apporter sur les mesures du code C/A et les émettent par radio sur une fréquence et dans un format déterminé. Ce format, appelé RTCM, est accepté par quasiment tous les récepteurs vendus sur le marché, y compris les petits récepteurs de randonnée. Il suffit d'acquérir un récepteur radio DGPS et le connecter à son GPS. La précision de positionnement atteint alors 2 à 5 mètres, y compris lorsque le brouillage militaire est activé.

- WAAS, EGNOS, MTSAT

Le WAAS (Wide Area Augmentation Système), créée aux Etats-Unis par la Federal Aviation Administration (FAA) and the Department of Transportation (DOT), est basée sur le même principe que le DGPS. Les stations de référence sont des satellites géostationnaires et un ensemble de stations au sol, qui effectuent des mesures entre eux et communiquant de façon à déterminer un modèle de correction ionosphérique sur la zone couverte par les stations, ainsi que les erreurs d'horloge et d'éphéméride du système GPS. Les corrections sont envoyées par les satellites WAAS aux récepteurs compatibles, ainsi que des informations sur les données invalides, afin d'interdire le GPS de les utiliser. Ce système a été mis en place afin que le GPS puisse être utilisés pour les manœuvres d'approche en avion. La précision est de 3 mètres et l'accent a été mis sur la fiabilité et la sécurité du système.

Actuellement, seule l'Amérique du Nord est couverte par le WAAS. Des systèmes équivalents se mettent en place en Europe (EGNOS) et au Japon (MTSAT).

- GPS de Topographie

En topographie, le GPS de référence va permettre de déterminer les corrections à apporter sur les codes C/A et P, et, suivant les modèles, sur l'onde porteuse L1 seule, ou sur les ondes L1 et L2.

La ligne fictive reliant la référence et le mobile est appelée « Ligne de Base ». Les corrections sont transmises par radio ou téléphone portable au mobile (Temps-réel), ou calculées à posteriori (Post-traitement).

Lorsque les ambiguïtés sur la porteuse n'ont pas été résolues, le calcul se fait sur les codes C/A et P. La précision du point est d'environ 30 cm.

Lorsque les ambiguïtés peuvent être résolues, le calcul se fait sur la porteuse L1 (GPS dit « monofréquence ») ou sur les deux porteuses L1 et L2 (GPS dit « bifréquences »). La précision est alors directement affectée par la longueur de la ligne de base. Les GPS bifréquences pourront calculer plus efficacement les erreurs dues à l'ionosphère, et pourrons tolérer, pour une même précision, des lignes de bases plus longues, ou des durées d'observations plus courtes.

Exemple de précision EMQ pour des GPS Leica SR530 bifréquences et SR510 monofréquence, avec antenne standard, mesures en mode statique (durées d'observation longues) :

	Distance			
	1 km	5km	10 km	15 km
Précision SR510	12 mm	20 mm	35 mm	40 mm
Précision SR530	6 mm	10 mm	15 mm	20 mm

IV- Techniques de mesures en Topographie

1- Méthodes de Levé

- Statique et Statique Rapide

Les deux GPS sont maintenus fixes sur le point à mesurer pendant un intervalle de temps qui dépend de la longueur de la ligne de base et de la géométrie des satellites. Les coordonnées du point à déterminer se calculent par post-traitement. De nouveaux algorithmes de calcul développés par Leica en 1992 ont permis de raccourcir de façon importante la durée des observations pour les lignes de base inférieure à 15 km. C'est pourquoi, dans ce cas, on parle de Statique Rapide. Mais, à part la durée d'observation, il n'y a pas de différences de procédure entre les mesures statique et statique rapide.

La fréquence d'enregistrement des observations doit être identique sur la référence et sur le mobile.

- Cinématique et Stop&Go

Il s'agit aussi d'une méthode nécessitant un post-traitement, et ne pouvant être effectué que lorsque la ligne de base est inférieure à 5 km.

La référence est placée sur un point connu et enregistre en permanence des observations.

Le mobile doit d'abord être initialisé en le maintenant fixe pendant la durée nécessaire à une mesure statique, afin que les ambiguïtés puissent être résolues. La fréquence d'enregistrement des observations doit être identique sur la référence et sur le mobile. Le mobile peut ensuite être déplacé. La précision obtenue par l'initialisation statique est maintenue tant qu'il n'y a pas de perte des signaux satellites. En cas de perte due par exemple au passage sous un obstacle, il faut procéder à une nouvelle initialisation statique. L'ensemble des mesures consécutives comprenant l'initialisation statique et les mesures subséquentes en déplacement est appelé « chaîne cinématique » ou « piste cinématique ».

On parle de « cinématique » lorsque les points à lever sont enregistrés alors que le récepteur est en déplacement (monté sur un véhicule par exemple).

On parle de « stop&go » lorsque le mouvement du capteur est interrompu pour lever les points de détail. Il s'agit de la procédure utilisée pour les levés topographiques classiques.

- Cinématique Temps Réel

On établit une communication radio entre la référence et le mobile. La référence envoie les corrections sur les pseudodistances au mobile par radio. Le mobile peut ainsi calculer sa position en temps réel, et être utilisé par exemple pour des implantations.

2- Limites du système et précautions

- Nombre et géométrie des satellites

En théorie, il est possible de résoudre les ambiguïtés avec 4 satellites en observation et un GDOP de 8. Toutefois, le risque d'erreur devient important et la précision aléatoire. Il convient donc, sauf nécessité extrême, de s'interdire toute mesure lorsque le nombre de satellites est inférieur à 5 et/ou le GDOP supérieur à 5. Les graphiques de disponibilités des satellites, dans le logiciel SKI de Leica, permettent de déterminer les meilleures périodes d'observation (dites «fenêtres»).

- Distance Référence-Mobile

La précision des mesures diminue avec la distance, et la durée des observations augmente. Pour un GPS Leica monofréquence, nous avons les durées suivantes :

Longueur de la ligne de base	Durée d'observation	Précision (EMQ)	Erreur maximale (à 99%)
1 km	15 min.	12 mm	32 mm
2 km	15 min.	14 mm	37 mm
3 km	15 min.	16 mm	43 mm
4 km	20 min.	18 mm	48 mm
5 km	25 min.	20 mm	53 mm
6 km	30 min.	22 mm	59 mm
7 km	35 min.	24 mm	64 mm
8 km	40 min.	26 mm	69 mm
9 km	45 min.	28 mm	74 mm
10 km	50 min.	30 mm	80 mm
>10 km (d km)	d x 5min.	10+2d mm	(10+2d) x 2.66 mm

- Obstacles et multitrajets

Les obstacles empêchent la propagation des ondes et provoquent la perte de signaux satellite et une diminution de la GDOP. Cette diminution est directement affichée par le récepteur et il est donc possible d'anticiper une perte de signal.

Les multitrajets sont provoquée par de grandes surfaces réfléchissantes. Ils ne sont pas détectables par le capteur, et leur impact est impossible à évaluer en temps réel. Il convient donc d'en tenir compte lors de l'implantation de points de références devant être ensuite relevés au GPS.

Dans les zones encombrées, il est souhaitable de doubler les mesures, si possible un jour différent, afin d'en contrôler la dispersion.

- Hauteur d'antenne

Une erreur classique affectant les mesures d'altitude au GPS consiste à entrer une hauteur d'antenne erronée. En effet, suivant la nature du support de l'antenne (canne à plomb, trépied, mat, pilier), il pourra être nécessaire de tenir compte ou non d'un décalage vertical. Il conviendra donc, sur le terrain, de noter sur une fiche la hauteur d'antenne, le point où elle a été mesurée, et la nature du support.

- Précautions diverses

Il est important, lors d'une campagne de mesure, d'essayer d'inclure un ou plusieurs points déjà connus dans le levé. Ceci permettra de déceler d'éventuelles fautes systématiques.

En lever cinématique et Stop&Go, il est également recommandé de repasser sur quelques points déjà relevés, et de ne pas allonger de façon trop importante la chaîne cinématique. Leica Geosystems conseille de réinitialiser tous les 20 points.